



IIC1253 - Sección 1 - Segundo Semestre 2014

Profesor: Marcelo Arenas

Ayudantes: Matías San Martín (*masanmartin@uc.cl*) - Martín Muñoz (*mmunos@uc.cl*)

Ayudantía 8.

Órdenes topológicos y equinumerosidad.

Problema 1. Sea $G = (V, E)$ un grafo con n vértices. Calcule el número máximo de aristas que puede tener el grafo G para que sea un grafo acíclico.

Problema 2. ¿Cómo se puede asegurar para que un grafo acíclico tenga un único orden topológico?

Problema 3. Supongamos que en una empresa se tienen que realizar 9 trabajos distintos para armar un dispositivo. Algunas de estas tareas pueden realizarse de manera simultánea, mientras que otras deben esperar a que se terminen de realizar ciertas tareas para poder comenzar a realizarlas. Si los tiempos de cada tarea, y los requisitos respectivos están dados por la siguiente tabla:

Tarea N°	Requisitos	Tiempo
1	-	7 horas
2	Tarea 1	6 horas
3	Tarea 1	3 horas
4	Tarea 2	6 horas
5	Tareas 2, 3	3 horas
6	Tarea 4	1 hora
7	Tareas 2, 3	1 hora
8	Tareas 4, 5	2 horas
9	Tareas 6, 7, 8	5 horas

Calcule el tiempo mínimo para poder armar un dispositivo, es decir, realizar hasta la novena tarea.

Problema 4. Sean $\langle A_1, \preceq_1 \rangle$ y $\langle A_2, \preceq_2 \rangle$ dos conjuntos totalmente ordenados y sea $\varphi : A_1 \rightarrow A_2$ una biyección. Decimos que φ es un *isomorfismo de orden* si se cumple que para todo $x, y \in A_1$:

$$x \preceq_1 y \quad \text{si y solo si} \quad \varphi(x) \preceq_2 \varphi(y).$$

- a) Demuestre que existe un isomorfismo de orden entre los números pares positivos y \mathbb{N} .
- b) Demuestre que no existe un isomorfismo de orden entre \mathbb{N} y \mathbb{Z} con el orden usual.

Problema 5. Si un conjunto A tiene 128 subconjuntos con cardinalidad par, ¿Cuánto vale $|A|$?

Problema 6. Sean $a, b \in \mathbb{R}$ con $a < b$.

- a) ¿Existe una biyección entre el intervalo (a, b) y el intervalo $(-\pi/2, \pi/2)$?
- b) Encuentre una biyección entre $(-\pi/2, \pi/2)$ y \mathbb{R} .
- c) Demuestre que \mathbb{R} es equinumeroso con cualquier intervalo de la forma $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$.

Problema 7. Demuestre que existe una biyección entre \mathbb{R}^+ y $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$.

¿Cómo sería la biyección que muestra que $\mathbb{R}^+ \approx \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$?